Az antropikus elvről

Hraskó Péter, PTE Elméleti Fizika Tanszék

Az *antropikus elvet* nagyon sok változatban fogalmazták már meg, de a lényeget tekintve ezek mind két alapforma változatai. A *gyenge antropikus elv* abban foglalható össze, hogy az élet létezése feltételeket ró az Univerzum fejlődését leíró modellekre. Az *erős antropikus elv* pedig azt állítja, hogy ezek a feltételek olyan szűk tűréshatárok közé szorítják a különböző fizikai állandók (finomszerkezeti állandó, nukleontömeg, stb.) értékét, hogy egy ilyen Univerzum semmiképpen sem lehet a "véletlen" terméke, hanem csakis valamilyen "intelligens tervezés" eredményeként jöhetett létre, amelynek célja az élet feltételeinek a biztosítása volt. Elég nyilvánvaló, hogy a gyenge elv ugyan igaz, de lapos közhely, amellyel nem érdemes foglalkozni. Az erős elv azonban rejtett érvelési hibát (körkörösséget) tartalmaz, és ezt érdemes feltárni[1].

Jelöljük **H**-val azt a hipotézist, hogy a világ intelligens tervezés eredménye, **B**-vel pedig a bizonyítékok halmazát, vagyis a fizikai állandók konkrét értékeit (a mérési hibáikkal együtt). Ezeket ugyan csak erős fenntartással lehet "bizonyítéknak" tekinteni, mert a kozmológiáról és az életről még túl keveset tudunk ahhoz, hogy bizonyosan megállapíthassuk: A fizikai állandóknak csakis a ma ismert értéke mellett lehetséges az élet létrejötte a Világegyetemben. Tegyük azonban félre a fenntartásainkat és tekintsük **B**-t a **H** bizonyítékának.

Az erős antropikus elv két premisszából indul ki. Az első az, hogy ha a Világegyetem nem intelligens tervezettség következményeként jött létre, akkor nagyon valószínűtlen, hogy a fizikai paraméterek pont olyanok, amilyeneknek megismertük őket. Matematikailag ezt a $\mathrm{val}(X|Y)$ függvény segítségével fejezhetjük ki, amely X valószínűségével egyenlő az Y feltétel teljesülése mellett:

$$\mathrm{val}(\mathbf{B}|\overline{\mathbf{H}}) \ll 1. \tag{1}$$

A $\overline{\mathbf{H}}$ szimbólum itt a **H** ellentétét jelenti, vagyis azt a hipotézist, hogy a világ nem valamilyen intelligens tervezettség eredménye.

A második premissza az, hogy intelligens tervezettség esetén viszont szükségképpen a ma ismert paraméterekkel rendelkező világ jött létre, hiszen a

[1] Az alább következő gondolatmenettel kapcsolatban nyomatékosan az olvasó figyelmébe ajánlom Pólya György *A plauzibilis következtetés elmélete. A matematikai gondolkodás művészete II.* (Gondolat, 1989) könyvének XV. fejezetét.

tervezés célja az élet feltételeinek a biztosítása volt. Matematikailag ezt a

$$\mathrm{val}(\mathbf{B}|\mathbf{H}) = 1 \tag{2}$$

képlet fejezi hűen ki. Alább a képleteinkben az (1) és a (2) valószínűségnek csak a hányadosa lép majd fel, ezért a két premisszát egyetlen premisszába tömöríthetjük:

$$b \equiv \frac{\mathrm{val}(\mathbf{B}|\overline{\mathbf{H}})}{\mathrm{val}(\mathbf{B}|\mathbf{H})} \ll 1 \qquad \text{(PREMISSZA).} \tag{3}$$

Ilyen típusú hányados gyakran fordul elő a matematikai statisztikában, ahol *Bayes-faktornak* vagy *likelihood-aránynak* hívják.

Az elv konklúziója az, hogy a bizonyítékok alapján az intelligens tervezettség szinte bizonyos, a valószínűsége gyakorlatilag 1-gyel egyenlő:

$$\mathrm{val}(\mathbf{H}|\mathbf{B}) \approx 1 \qquad \text{(KONKLÚZIÓ?).} \tag{4}$$

A kérdés az, hogy következik-e ez a konlúzió a premisszából. Ha összehasonlítjuk a matematikai alakjukat azt látjuk, hogy a premisszában szereplő feltételes valószínűségeknek az első argumentuma a bizonyíték, a második a hipotézis, a konklúzióban szereplő valószínűségben pedig a sorrend fordított. Ezért ha a konklúziót matematikailag ki akarjuk fejezni a premisszán keresztül,a *Bayes-formulát*[2] kell használnunk, amely a következő:

$$\mathrm{val}(X|Y) = \frac{\mathrm{val}(Y|X) \cdot \mathrm{val}(X)}{\mathrm{val}(Y)}. \tag{5}$$

Az X és az Y lehet bármilyen esemény vagy kijelentés. Ennek alapján

$$\mathrm{val}(\mathbf{H}|\mathbf{B}) = \frac{\mathrm{val}(\mathbf{B}|\mathbf{H}) \cdot \mathrm{val}(\mathbf{H})}{\mathrm{val}(\mathbf{B})}. \tag{6}$$

A képletben szereplő egyargumentumú $\mathrm{val}(X)$ az X feltétel nélküli (abszolút) valószínűsége, speciálisan $\mathrm{val}(\mathbf{B})$ a bizonyítékoknak (a fizikai állandók megfigyelt értékének) az abszolút valószínűsége. A teljes valószínűség tételének a felhasználásával ez felírható a következő formában is:

$$\mathrm{val}(\mathbf{B}) = \mathrm{val}(\mathbf{B}|\mathbf{H}) \cdot \mathrm{val}(\mathbf{H}) + \mathrm{val}(\mathbf{B}|\overline{\mathbf{H}}) \cdot \mathrm{val}(\overline{\mathbf{H}}), \tag{7}$$

[2]Ezt a képletet úgy lehet megkapni, hogy a feltételes valószínűségek $\mathrm{val}(X|Y) = \mathrm{val}(X,Y)/\mathrm{val}(Y)$ és $\mathrm{val}(Y|X) = \mathrm{val}(X,Y)/\mathrm{val}(X)$ kifejezéseiből kizárjuk $\mathrm{val}(X,Y)$-t, amely az X és az Y együttes előfordulási valószínűsége.

ahol val($\mathbf{H}$) annak valószínűsége, hogy a világ intelligens tervezettség eredménye, a val($\overline{\mathbf{H}}$) pedig annak valószínűsége, hogy nem az. Ez a két lehetőség egymást kizárja, több lehetőség pedig nincs, ezért $\mathrm{val}(\mathbf{H}) + \mathrm{val}(\overline{\mathbf{H}}) = 1$. A (7) a $\mathbf{B}$ valószínűségét a két lehetőségre vonatkozó valószínűségek súlyozott összegeként állítja elő.

Helyettesítsük (7)-t (6) nevezőjébe:

$$\mathrm{val}(\mathbf{H}|\mathbf{B}) = \frac{\mathrm{val}(\mathbf{B}|\mathbf{H}) \cdot \mathrm{val}(\mathbf{H})}{\mathrm{val}(\mathbf{B}|\mathbf{H}) \cdot \mathrm{val}(\mathbf{H}) + \mathrm{val}(\mathbf{B}|\overline{\mathbf{H}}) \cdot \mathrm{val}(\overline{\mathbf{H}})}, \tag{8}$$

és a tört számlálóját és nevezőjét osszuk el a $\mathrm{val}(\mathbf{B}|\mathbf{H}) \cdot \mathrm{val}(\mathbf{H})$ szorzattal:

$$\mathrm{val}(\mathbf{H}|\mathbf{B}) = \frac{1}{1 + b \cdot r}, \tag{9}$$

ahol

$$r \equiv \frac{\mathrm{val}(\overline{\mathbf{H}})}{\mathrm{val}(\mathbf{H})} = \frac{1 - \mathrm{val}(\mathbf{H})}{\mathrm{val}(\mathbf{H})} \tag{10}$$

az úgynevezett *bázisarány.*

A (9) képlet baloldalán a (4) konklúzióban szereplő feltételes valószínűség áll, míg a jobboldalon a b Bayes-faktor a (3) premisszában szerepel. Ez a képlet tehát alkalmas arra, hogy megállapíthassuk, következik-e a premisszából a konklúzió.

Először feledkezzünk el a (9) nevezőjében r-ről. A tört ekkor $1/(1 + b)$. A premissza szerint $b \ll 1$, ezért $\mathrm{val}(\mathbf{H}|\mathbf{B}) \approx 1$. Ez valóban azonos az erős antropikus elv konklúziójával. Az r jelenléte azonban drámaian megváltoztatja a helyzetet: Ahhoz, hogy kiszámíthassuk a bennünket érdeklő val($\mathbf{H}|\mathbf{B}$)-t, a (10) következtében *már előzetesen ismernünk kell* annak val($\mathbf{H}$) valószínűségét, hogy a világ intelligens tervezés eredménye. Ebből nyilvánvaló, hogy az erős antropikus elv valóban körkörös érvelésen alapul.

A val($\mathbf{H}$) valószínűségnek kétféle értelmezése lehetséges, egy objektív és egy szubjektív. Az objektív felfogás szerint a $\mathbf{H}$ vagy igaz vagy hamis, ezért val($\mathbf{H}$) vagy 1 vagy 0. Az első esetben (10) szerint $r = 0$, (9) alapján pedig $\mathrm{val}(\mathbf{H}|\mathbf{B}) = 1$, ahogy azt az erős antropikus elv sugallja. Azonban ebből egyáltalán nem vonható le az a következtetés, hogy akkor tehát a világ intelligens tervezés eredménye, mert ezt a bizonyításban már kihasználtuk azzal, hogy val($\mathbf{H}$)-t 1-nek tekintettük — ezért körkörös ez az elv. A második esetben teljesen hasonlóan a $\mathrm{val}(\mathbf{H}|\mathbf{B}) = 0$ eredményre jutunk, de a körkörösség miatt ebből szintén nem következik, hogy a világ intelligens tervezés *nélkül* jött létre.

A másik lehetőség az, hogy a val($\mathbf{H}$)-n azt értjük, hogy valaki szubjektíve mennyire tartja valószínűnek az intelligens tervezettséget: Ha egyáltalán nem hisz benne, akkor 0-nak választja, ha biztos benne, akkor 1-nek, ha pedig nem tud dönteni, akkor a bizonytalanságának a mértékét a $(0,1)$ intervallumba eső megfelelő számmal fejezi ki. Minél jobban hisz valaki abban, hogy a világ intelligens tervezettség következtében jött létre, annál nagyobbnak választja val($\mathbf{H}$)-t, annál kisebb lesz az r, a (9) szerint annál nagyobb val($\mathbf{H}|\mathbf{B}$) értékre jut, ezért (ha logikusan gondolkozik) annál inkább vallja, hogy a fizikai állandók tapasztalt értékei az intelligens tervezettséget bizonyítják. Ennyi következik az erős antropikus elv premisszáiból, semmivel se több.