

## A fizika axiomatizálásáról

Hraskó Péter

Pécsi Tudományegyetem, Elméleti Fizika tanszék

A geometria, majd pedig az aritmetika axiomatizálásának két és félezer éves története a tudománytörténet egyik legambíciózusabb vállalkozása volt, amelyre csak a legnagyobb tisztelettel nézhetünk fel. Miért van az, hogy a fizikusok mégis inkább bizalmatlanul, mint elismeréssel tekintenek azokra a kollégáikra, akik a fizikában is ezt az utat akarják követni?

Az ok a fizika és a matematika tárgyában, feladatában és — ennek következtében — módszereiben rejlő fundamentális különbségekben keresendő. Ez annak ellenére van így, hogy a fizika a legpéldaszerűbben matematizált ága a természettudományoknak. Az alábbiakban ezekre a mélyenfekvő különbségekre próbálok majd rámutatni.

Mielőtt azonban ehhez hozzáfognék hangsúlyoznom kell, hogy axiomatikus módszerrel nem csupán azt értjük, hogy feltevéseket teszünk, és ezekből korrekt matematikai eljárással következtetéseket vonunk le. Ezt természetesen a fizikában is így csináljuk. Az axiomatikus módszer lényege máshol van, abban például, hogy egy axiomatizált elméletben vizsgálni illik az axiómák egymástól való függetlenségét és a rendszer ellentmondásmentességét, és az axiómákon és az axiómákból levezetett tételeken kívül semmit sem szabad a bizonyításnál felhasználni. Az ezzel járó tömör szűkszavúság az axiomatikus tárgyalásmód jellegzetes ismérve. Az axiomatizálást ellenző elméleti fizikusok szerint az így értett axiomatikus módszer az, aminek nincs helye a fizikában<sup>1</sup>.

### 1) A fizika alapfeltevései nem tekinthetők axiómáknak

Mindenekelőtt arra a különbségre mutathatunk rá, ami a matematikai és a fizikai ismeretek *legitimációjában* fedezhető fel (hogy ezt a divatos politológiai kifejezést használjuk). Ez a különbség abból származik, hogy a matematika sajátos tárgyát a gondolkodás törvényszerűségei, a fizikáét pedig a „külvilág” törvényszerűségei képezik. Ebből következően az ismeretek igazolási módja (vagyis azoknak a kritériumoknak a természete, amelyek alapján elfogadjuk őket), a matematikában *belső*, a fizikában *külső*. Úgy gondolom, ezek a jelzők elég világosan utalnak rá, mire gondolok, mégis hasznos lehet egy konkrét példa.

A XVIII-XIX. század folyamán egyre nagyobb pontossággal igazolták, hogy minden test súlyos és tehetetlen tömege — a test anyagi minőségétől függetlenül — egyenlő egymással. Egy piros és egy fehér billiárdgolyó tehetetlen tömege akkor egyenlő egymással, ha centrális ütközésnél a nyugvó piros golyó teljesen átveszi a fehér golyó sebességét, és ezért a fehér golyó az ütközés után megáll. A súlyos tömegük pedig akkor egyenlő, amikor a rugósmérleg mindkettőnél ugyanazt a súlyt mutatja. A két megfigyelés egymástól teljesen eltérő természetű, mégis mindig igaz, hogy ha az egyik kísérlet szerint a tömegek egyenlőnek bizonyultak, akkor a másik kísérlet szerint is egyenlők egymással.

A newtoni fizika nem nyújtott semmiféle magyarázatot erre a meglepő tapasztalati tényre, a rejtélyt csak Einsteinnek sikerült tisztáznia. Einstein megoldása az volt, hogy *posztulálta* a kétfajta tömeg egyenlőségét, erre a posztulátumra felépített egy teljesen új gravitációelméletet, amelynek a struktúrája olyan, hogy a testeknek *egy és ugyanazon* paramétere jelenik meg mindkét kísérlet leírásában. Az új elmélet nézőpontjából ezért fel sem merülhet annak a lehetősége, hogy ez két paraméter — a newtoni fizika súlyos és tehetetlen tömege — különbözzön egymástól.

Állítsuk most párhuzamba ezt a valódi fizikus-történetet egy kitalált matematikus-történettel. A súlyos és a tehetetlen tömeg egyenlőségének még megoldatlan problémáját feleltessük meg annak az „empirikus” ténynek, hogy bármely páros szám felbontható két prímszám összegére (*Goldbach-sejtés*). Tegyük fel most, hogy valaki úgy oldja meg ezt a rejtélyt, ahogy Einstein tette a kétfajta tömeggel: *Posztulálja*, hogy minden egész szám felírható két prímszám összegeként. Ezután annak érdekében, hogy ez biztosan ne mondjon ellent az aritmetikának, az aritmetika Peano-féle axiomarendszerét sikeresen helyettesíti egy másik ugyancsak ellentmondásmentes axiomarendszerrel, amelynek az egyik axiómája éppen az, hogy az egész számok között nincsenek olyanok, amelyek nem állíthatók elő két prímszám összegeként.

<sup>1</sup> C. W. Kilmister és J. E. Reeve „Rational Mechanics” című könyvükben (Longmans, 1966) a newtoni mechanikát hét kiinduló feltevésre alapozzák. Ezeket axiómáknak nevezik, és az elnevezéshez a könyv 50. oldalán ezt a megjegyzést fűzik: „Az axiómák kiválasztásánál nem törekedtünk arra, hogy minimális számú egymástól független axiómánk legyen; még ha ez lehetséges lenne is, nem biztos, hogy különösebben hasznos volna. A fő szempontunk az volt, hogy az olvasók elfogadhatónak találják őket és a kívánt eredményre vezessenek.”

A példa matematikai része mesterkéltnél, de úgy gondolom, tényleg van hasonlóság a valódi fizikai és a kitalált matematikai szituáció között. Azonban biztosan lényegesen különböznek abban, hogy mikor tekintjük a javasolt megoldást elfogadhatónak.

Az általános relativitáselmélet esetében az olyan tapasztalati tények perdöntők, mint a Merkúr perihélium vándorlása, a fénysugár elhajlása a Nap körül, és természetesen az, hogy a feltevésnek nincs egyetlen olyan következménye se, amely végzetesen ellentmondana a tapasztalatnak.

A matematikai példában a javaslat mellett vagy ellen nem lehet érvelni azzal, hogy tapasztalatilag igaz-e vagy sem, mert ez a kritérium axiómákra nem alkalmazható. Itt csak arról lehet szó, hogy elég érdekes és tartalmas séma építhető-e fel az új axiómákra ahhoz, hogy a matematikusok cikkeket írassanak róla. Gondoljunk csak meg: Amikor Bolyai és Lobacsevszkij az euklidészi V. posztulátumot az ellenkezőjével cserélte fel, nem azért teremtett ezzel "új világot", mert kiderült, hogy a fizikai világunkban az új geometria érvényes. Az új világnak csak a *logikai lehetőségét* mutatták meg, mégis méltán nevezhetjük a felfedezésüket korszakalkotónak, teljesen függetlenül attól, hogy a fizikai világ geometriája euklidészi vagy sem. Ma úgy tudjuk, hogy a Világegyetem nagyléptékű geometriája lehet Bolyai-geometria<sup>2</sup>, de erre végső soron a súlyos és a tehetetlen tömeg tapasztalati egyenlősége vezetett rá.

Ez az oka annak, hogy a súlyos és a tehetetlen tömeg einsteini feltételezését semmiképpen sem tekinthetjük axiómának, ha nem akarunk ezzel a kifejezéssel visszaélni, vagyis teljes jelentés-udvarával (összes konnotációjával) együtt fogjuk fel. Az axióma fogalmába *ma már* beletartozik, hogy szabadon választható, mert nem meghatározott objektumok tulajdonságát fejezi ki, azaz nincs *jelentése*. Euklidésznél még volt, de ez a felfogás mára már teljesen elavult. Az axiomatikában ma már nem sajátos tárgyak természetéről, hanem a bizonyítások struktúrájáról, *bizonyításelméletről* van szó. *Bertrand Russel* frívól megjegyzése szerint „a tiszta matematika olyan tudomány, amelyben sem azt nem tudjuk, hogy miről beszélünk, sem azt, hogy igaz-e, amit mondunk.”<sup>3</sup>

Egy fizikai kijelentés ezzel szemben csak akkor érdekes, ha tudjuk, mire vonatkozik, és a következményei falszifikálhatók (vagyis létezik olyan kísérlet, amelynek alapján eldönthető, hogy igaz-e). *Ezért* súlyosan félrevezető axiomatizálást ígérni a fizikában a szó teljes értelmében<sup>4</sup>.

## 2) A fontosság mérlegelésének szükségessége

Az axiomatizálás kérdéskörével szorosan összefügg, hogy a fizikában az alapfeltevésekkel egyenlően fontos szerepet játszik *a feltevések alkalmazhatóságának a mérlegelése* a különböző konkrét esetekben<sup>5</sup>. Nem arról van szó, hogy a rendszerint kisszámú felkínálható feltevés közül melyiket válasszuk, hanem arról, hogy egy konkrét alapfeltevés alkalmazható-e a szóbanforgó fizikai szituációban vagy sem. Vagyis arról kell folyamatosan dönteni, hogy a körülmények kusza halmazában melyik az a néhány összetevő, ami *fontos*.

A bizonyításelméletben ilyesmi nem fordulhat elő. Azon el lehet természetesen gondolkodni, hogy egy bizonyítás adott szakaszában melyik axiómát célszerű alkalmazni, de arról szó sem lehet, hogy szubjektív mérlegelés alapján döntsük el, mikor érvényes egy axióma, mikor nem. Egy olyan axióma ugyanis, amely nem tartalmazza egyértelműen az alkalmazhatóságának feltételeit, hiányosan van megfogalmazva (nem axióma).

A fizika alapfeltevéseivel viszont mindig pont ez a helyzet, mert lehetetlen egyértelműen körülhatárolni azokat a természeti körülményeket, amelyek mellett egy feltevés érvényes. Ezt minden esetben mérlegelni

<sup>2</sup>A ma elfogadott álláspont szerint a megfigyelések az euklidészi teret favorizálják a két másik lehetőséggel, a háromdimenziós gömbbel és a háromdimenziós Bolyai-térrel szemben.

<sup>3</sup>Mint már szó volt róla, az axiomatikus módszerhez nemcsak az tartozik hozzá, hogy csak az lehet tétel, amit az axiómákból lehet levezetni a transzformációs szabályok alapján, hanem az ellentmondásmentesség analízise is. Ennek egyik legfontosabb eljárása a *modellelés*. Ha objektumok egy halmazáról sikerül megmutatni, hogy realizálják az axiómarendszer összes axiómáját, akkor az axiómarendszer nem lehet önellentmondó, mert ezek a tárgyak léteznek, és *a létezőben nincs ellentmondás*. A matematikában ennek a módszernek a hatékonysága elég korlátozott, mert az igazán érdekes esetekben nem lehet „tárgyakkal” realizálni egy axiómarendszert, hanem csak legfeljebb egy másik axiómarendszerrel. De még így is érdekes eredményeket lehet kapni. Klein és Poincaré ezzel a módszerrel mutatta meg, hogy a Bolyai-geometria ellentmondásmentes, ha az euklidészi az, Hilbert pedig a Bolyai-geometria ellentmondásmentességét az aritmetika ellentmondásmentességére vezette vissza.

A fizika számára a „létezőben nincs ellentmondás” elvből az következik, hogy ha a fizika a tapasztalat folyamatos kontrollja alatt fejlődik, vagyis a kísérleti eredmények „visszaigazolják” az elgondolások helyességét, akkor nem szükséges még külön gondoskodni az ellentmondásmentességről, hiszen ekkor a természet maga az elmélet létező modellje.

<sup>4</sup>A fizikai feltevéseket legfeljebb a *posztmodern* (teljesebb nevén az *ismeretelméleti szkepticizmus*) nézőpontjából tekinthetjük önkényesen választható axiómáknak. Ez az ókorig visszanyúló felfogás ugyanis azt vallja, hogy a természet minden lehetséges „olvasata” egyenértékű egymással. A modern tudomány *módszertani szkepticizmusa* azonban megcáfolja ezt a véleményt.

<sup>5</sup>Lehet-e a földgolyót pontszerűnek tekinteni? A fizikában még ezt a teljesen abszurd feltételezést is elfogadjuk annak érdekében, hogy a Kepler-törvényeket levezethessük a newtoni gravitáció elméletben vagy az általános relativitáselméletben. De ha a Föld forgástengelyének lassú precesszióját is meg akarjuk érteni, akkor már nem tekinthetjük a Földet tömegpontnak. Akkor pedig végképp nem tehetjük ezt meg, ha Buda egyik végéből Pest másik végébe kell utaznunk.

kell, és a döntés nem mindig könnyű. Meggyőződésem, hogy a mérlegelés aktusában van redukálhatatlan összetevő, és ennek következtében a természettudomány működése nem formalizálható. Ezért amikor valaki azt állítja magáról, hogy axiomatikus fizikát űz, ezzel akarva-akaratlan azzal hiteget, hogy megszabadít a fontosság mérlegelésének a kényszerétől, ez pedig semmiképpen sem lehet igaz (és ráadásul egyáltalán nem is vonzó perspektíva, hiszen a mérlegelés a fizikusság egyik legélvezetesebb tevékenysége).

Folyamodjunk megint egy fizikatörténeti példához. 1824-ben jelent meg *Sadi Carnot* könyve a „Carnot-ciklusról”. Carnot a perpetuum mobile lehetetlenségének meggyőződéses híve volt, de még a hőanyag elmélet (kalorikum) talaján állt. Ez a korszakalkotó munkája is a hőanyag-elméleten alapult.

Carnot elméletének fő eredménye az volt, hogy a hőerőgépek működtetéséhez két hőtartályra van szükség: Egy magas és egy alacsony hőmérsékletűre. Így érvelt: Ha egy hegyi tó potenciális energiájának egy részét mozgási energiává akarjuk átalakítani, lehetővé kell tennünk, hogy a víz alacsonyabb szintre zuhanjon. Ha a lezúdult víz potenciális energiája a magasabb szinten  $U_1$  volt, az alacsonyabb szinten pedig  $U_2$ , akkor maximálisan  $U_1 - U_2$  mozgási energiára tehetünk szert, tehát a maximális hatásfok  $(U_1 - U_2)/U_1$ -el egyenlő.

Carnot „mérlegelte ezt a dolgot” és úgy találta, hogy ez a mechanikai képlet alkalmazható a hőanyagra is, ha potenciális energián a hőmérsékletet értjük, és ezzel felfedezte a termodinamika máig érvényes formuláját, amely szerint a hőerőgép maximális hatásfoka  $(T_1 - T_2)/T_1$ .

Huszonöt évvel később *William Thomson* (a későbbi Lord Kelvin) is „mérlegelte a dolgot” és még mindig a hőanyag elmélet alapján rámutatott, hogy Carnot kihagyott egy fontos (!) szempontot. Amikor a víz lezúdul a hegyről és közben vízimalmot hajt, kisebb sebességgel érkezik a völgybe, mint amikor nincs ott a vízimalom. Carnot elképzeléséből ez az elem hiányzik, ezért rosszul „mérlegelte a helyzetet”, az analógiája sántít. Thomson kritikája helyénvalónak bizonyult, Carnot gondolatmenete ma már csupán fizikatörténeti kuriózum.

Egy bizonyításméletlen csiszolódott elme ebből a történetből könnyen levonhatja azt a következtetést, hogy a fizika egyszerűen összevissza beszéd, amire csak a gyengeelméjűségnek kijáró elnézéssel lehet tekinteni, vagy — a legjobb esetben — tragikomédia<sup>6</sup>. De ez súlyos félreértés. Ami itt történt, az *magá volt a működő fizika*, Ember és Természet birkózásában a „fogáskeresés” stádiuma, amely elkerülhetetlen kezdeti szakasz a természettudományban, amikor új területre merészkedik<sup>7</sup>. Ha sikerülne megtisztítani a fizikát ettől a „termékenyen zavaros” gondolkozásmódtól, ezzel biztosan a halálát okoznánk.

\* \* \* \* \*

Tény azonban, hogy éppen a termodinamika az a területe a fizikának, ahol talán a legerősebb volt a törekvés az axiomatizálásra. A hő, ami a kalorikum helyébe lépett, a hőanyagnál sokkal nehezebben felfogható entitás. A hőanyaggal ellentétben ugyanis a testekben nincs meghatározott mennyiségű hő, a termodinamikában mégis folyamatosan ennek a nemlétező valaminek a változásáról van szó. Vagy vegyük az reverzibilis folyamat fogalmát, ami alapvető, csak éppen nem lehet megvalósítani.

Teljesen érthető az a remény, hogy az axiomatikus módszer bevetésével esetleg nagyobb világosságot lehet teremteni. Folyamatosan történtek ilyen próbálkozások. Az első és talán legismertebb a *Constantin Carathéodory* (1909), amelyet később *Max Born* népszerűsített. Ha azok a másodlagos források, amelyekből erről a próbálkozásról olvastam, igazat beszélnek, Carathéodory nagyon különös módon fogott hozzá a feladatához.

Azt a kérdést tette fel, hogy vajon hogyan jutnának el a hő és a hőmérséklet fogalmához a „disztermiás” gondolkodó lények, akiknek egyáltalán nincs hőérzetük. Ezután megmutatja, milyen kísérletek azok, amelyek — logikus gondolkozást föltéve, — végül is elkalauzolják őket ezekhez a fogalmakhoz.

Disztermiás fizikusaink véletlenül rájöhettek, hogy ha speciális falú edényt készítenek, amely dugattyúval van ellátva, akkor az edénybe töltött gáz nyomása nem változik meg, akármilyen közegbe mártják is bele: Akár forrásban levő vízbe (nem tudják, hogy nagyon meleg!), akár olvadó jégbe (nem tudják, hogy nagyon hideg!). Aztán készítenek hasonló edényt olyan anyagból is, amelyben a gáz nyomása függ attól, hogy milyen közegbe tették. Az első edényt elnevezik adiabatikusnak, a másodikat diatermikusnak... Carathéodory megmutatta, hogy ezen az úton is el lehet jutni a termodinamikához.

Biztosan igaza volt, de milyen általános érvényű tanulság vonható le mindebből? Az, hogy az érzékszerveink csak akadályoznak abban, hogy a természetet megértsük? Esetleg az optikát is akkor értenék meg jobban, ha vakok lennének? A fizikában valójában rengeteg olyan entitással van dolgunk, amelyek az érzékszerveink számára hozzáférhetetlenek, ezért a Carathéodory által elképzelt szituáció nagyon is gyakori. Az elektromos és a mágneses tér közvetlen érzékelésére nincs alkalmas érzékszervünk, mégis van elektrodinamikánk. Vajon

<sup>6</sup>C. A. Truesdell: *The Tragicomical History of Thermodynamics, 1822-1854* New York: Springer-Verlag, 1980.

<sup>7</sup>Ugyanezt a „fogáskeresést” figyelhetjük meg a maghasadás felfedezésének a történetében is (ld. az *Epizódok a maghasadás felfedezésének történetéből* című cikkemet a *Természet Világa* 2004. I. különszámában.)

nehezebb lett volna a Maxwell-egyenleteket megtalálni, ha a költöző madarakhoz hasonlóan mi is tudnánk közvetlenül érzékelni a mágneses teret?

Talán helyénvaló, ha idézek abból a magnós interjúból, amelyet Frenkel Andor készített 2004-ben *Tisza Lászlóval* Bostonban. Az interjú idején Tisza volt az egyedüli olyan élő szemtanú, aki a 20-as évek második felétől kezdve közlőre figyelhette a fizika nagy eseményeit. 1934 és 1937 között Harkovban „inaskodott” *L. D. Landaunál* (aki egyébként egy évvel fiatalabb volt nála). Ezzel az inaskodással kapcsolatban tette fel Tiszának Frenkel a kérdést, hogy választott-e Harkovban magának egy konkrét problémát, amin dolgozott. Tisza válasza ez volt<sup>8</sup>:

A témaválasztásnak rituális rendje volt. Először is mindenkinek le kellett vizsgáznia a „teor-minimum”-ból, amelyet később „Landau-minimum”-nak neveztek. Erre egy tematikai összefoglaló alapján készülhettünk fel. Kérhettem volna, hogy tegyenek velem kivételt, de nem kértem. Landau minden sikeres vizsgázó pályáját figyelemmel kísérte. Az élete végéig vezetett listán az ötödik vagyok - az egyetlen külföldi. Az anyagot részterületekre osztották, és mindegyikből szóbeli vizsgát kellett tenni Landaunál. Matematikából és klasszikus mechanikából felmentett, az első vizsgát termodinamikából kellett letennem. Rögtön bajba kerültem. Mint már említettem, Max Born-tól tanultam termodinamikát. Landau felfogása nem is különbözhetett volna jobban a Bornétól. Born Carathéodory szellemében fektette le az alapokat. Önéletrajzából tudjuk, hogy az alapvető javasolta Carathéodorynak. Mint már említettem, úgy találta, hogy Carathéodory dolgozata túlságosan elvont a fizikusok számára, és három cikkből álló sorozatot írt, amelyben az elméletet emészthetőbbé tette. Ezt a változatot adta elő azon a kurzuson, amelyikre jártam.

Born szerint a termodinamika gyönyörű, de a fizikának tökéletesen kidolgozott ága volt; Landau úgy látta, hogy folyamatosan fejlődik. Ennek megfelelően Landau lebontotta azokat a határokat, amelyeket Born emelt, amikor ezt a területet mindentől el akarta választani. A Born-féle termodinamika klasszikus, és nem kapcsolódik sem a statisztikus fizikához, sem a kvantummechanikához. Landau szerint a termodinamika statisztikus és kvantumumos, fejlődésben lévő diszciplína. A vizsgán fogalmam sem volt, miről beszél, meg is buktam. A csoport egyik tagja, Pjatigorszkij megszánt, és kölcsönadta a Landau-féle termodinamika rövid összefoglalóját. El voltam ragadtatva tőle, és le is tettem a vizsgát.

### 3) David Hilbert

David Hilbert nemcsak a matematikában képez külön fejezetet, hanem a fizika axiomatizálásának a területén is.

Az elméleti fizika rengeteget köszönhet a matematikus Hilbertnek. Kettőt emelnék ki ezek közül. Először is a lineáris integrálegyenletek elméletében elért eredményeit, ezen belül a Hilbert-tér fogalmának a megalkotását, amely a kvantumelmélet matematikai apparátusának az alapját képezi. A másik terület a variációs elvek és módszerek. Itt Hilbert talán legjelentősebb eredménye a fizika számára az általános relativitáselmélet téregyenletének származtatása egy egyszerű variációs elvből.

Hilbert kb. két évtizeden keresztül, nagyjából 1900 és 1920 között folyamatosan foglalkozott fizikával, rendszeresen tartott egyetemi kurzusokat a fizika különböző ágairól. Előtte a geometria axiomatizálásának a területén publikált jelentős eredményeket (az euklidészi axiómarendszert öntötte modern formába), utána pedig a bizonyításelmélet róla elnevezett formalista felfogását dolgozta ki. Egyáltalán nem meglepő, hogy közben a fizika axiomatizálására is jelentős erőfeszítéseket tett.

Egy tel-avivi tudománytörténész, *Leo Corry* az utóbbi tízegynéhány évben kritikai vizsgálat alá vette Hilbertnek a fizika axiomatizálásával foglalkozó dolgozatait. A konklúzióit 2004-ben egy könyvben publikálta (*Hilbert and the Axiomatization of Physics (1898-1918)* Dodrecht: Kluwer). Az alábbiakban Corry következtetéseit foglalom össze dióhéjban.

Hilbert axiomatizálási törekvései kiterjedtek a fizika összes fontos területére (mechanika, statisztikus fizika, termodinamika, elektrodinamika). Valószínűleg Born és Carathéodory is innen merítették az indíttatást a termodinamika axiomatizálására. Hilbert, amikor a fizika axiomatizálásáról írt vagy beszélt, ezt a kifejezést az axiomatikus módszer matematikában elfogadott értelmében használta, és úgy állította be a dolgot, hogy a fizikában pontosan ugyanolyan cél vezet, mint az euklidészi geometria sikeres axiomatizálásánál. Corry

<sup>8</sup>Természet Világa 2004/4

konklúziója szerint azonban a két axiomatizálás semmiképpen sem mérhető össze egymással. Hilbert ezt sohasem ismerte el, pedig sokszor kényszerült rá, hogy a bírálatok hatása alatt az axiómáit átfogalmazza. Az is előfordult, hogy a későbbi séma ellentmondott a korábbinak, de Hilbert ezt következetesen tagadta.

A bírálatok időnként igencsak hevesek voltak. Ez különösen a hőmérsékleti sugárzás axiomatizálása kapcsán dokumentálható. 1913-ban Hilbert úgy ítélte meg, hogy Kirchhoff nevezetes törvényének<sup>9</sup> az igazolása nem üti meg a szigorúság elvárható mértékét, és azt állította, hogy axiomatikus alapon szigorú bizonyítást adott rá.

Hilbert bizonyítása azonban indulatos reakciót váltott ki annak a berlini kísérleti csoportnak a tagjaiból, akiknek a mérései alapján vezette be bő tíz évvel korábban *Max Planck* a róla elnevezett  $h$  állandót. A csoport véleményét *Ernst Pringsheim* fogalmazta meg cikk formájában. A bírálat lényege az volt, hogy Hilbert olyan feltevéseket fogad el axiómaként, amit a fizikusok szerint bizonyítani kell<sup>10</sup>, és ugyanakkor olyan irányban általánosít, ami a fizikusok szerint érdektelen. Mint látható, a vita tényleg arról szólt, hogy a jelenségekben ki mit tart *fontosnak*. A fizikában ez elkerülhetetlen, és aláaknáz minden axiomatizálási kísérletet.

Volt Hilbert fizikájának egy csendes bírálója is, aki csak magánlevélben tett elmarasztaló észrevételeket: *Albert Einstein*. Már említettem, hogy Hilbertnek maradandó érdemei vannak az általános relativitáselmélet variációs elvként történő megfogalmazásában. Van egy kitűnő könyv, *A modern gravitációelmélet kialakulása* (a szerzője *V. P. Vizgin*, magyarul is megjelent Illy József fordításában), amely mintaszerűen elemzi Hilbert hozzájárulását az általános relativitáselmülethez<sup>11</sup>. Itt most a kérdésnek csak egyetlen aspektusát emelem ki: Vizgin megerősíti Einstein véleményét, hogy Hilbert — miközben tökéletesen megértette a probléma matematikai oldalát — az elmélet fizikai tartalmát súlyosan félreértette. Vizgin (és egyébként Corry is) hivatkozik Einsteinnek 1916-ban *Hermann Weyl*hez írott leveléből az alábbi sorokra, amelyeket az utolsó mondat miatt idézek:

Gyerekesnek tűnik Hilbertnek az anyagra vonatkozó föltevése, olyan gyerekekre gondolok, aki nem ismeri a világ álnokságát... Semmiképp sem lehet helyeselni, hogy a relativitási posztulátumból következő komoly megfontolásokat az elektron vagy az anyag fölépítésére vonatkozó ily kockázatos és alaptalan föltevésekkel zavarjanak össze. Készséggel elismerem, hogy az elektron szerkezetére vonatkozó alkalmas föltevés, illetve Hamilton-függvény felkutatása ma az elmélet egyik legégetőbb feladata. Az „axiomatikus módszer” azonban aligha segíthet.

\* \* \* \* \*

Befejezésül újra aláhúzom, hogy a fizikában az egyes törvények alkalmazását mindig megelőzi annak mérlegelése, hogy a vizsgált jelenség szempontjából a megfigyelés konkrét körülményei között milyen hatásokat kell lényegesnek, illetve lényegtelennek tekinteni. Az axiomatizálás erről eltereli a figyelmet, mert az egzaktuság illúzióját nyújtja. Ezzel fontos igényt elégít ki: a *bizonyosság* utáni vágyat. Lehet, hogy ezért élük meg az axiómarendszerek kidolgozói gyakran *inzultusként* a bírálatot. Ez a reakció még egy Hilbert méretű zseninél is megfigyelhető.

<sup>9</sup>Emlékeztetek a Kirchhoff törvényre: Minden test elnyeli a rá eső elektromágneses sugárzás egy részét és maga is képes ilyen sugárzást kibocsátani. Ezeket a tulajdonságokat két koeficienssel, az  $A$  abszorpciós és az  $E$  emissziós koeficienssel lehet jellemezni, amelyek anyagról anyagra erősen változnak. Az *arányuk* azonban univerzális, és csak a hőmérséklettől és a hullámhossztól függ.

<sup>10</sup>Például azt, hogy a sugárzás külön-külön minden hullámhosszon egyensúlyban van önmagával. Kirchhoff törvénye az előző lábjegyzetben idézett formájába erre az esetre vonatkozik. Amikor a falak szórják a fényt és/vagy fluoreszkálnak, a Kirchhoff törvény gyengébb formában érvényes (ld. Landau-Lifsic *Statisztikus fizika* kötetében a „Fekete sugárzás” című fejezetet.)

<sup>11</sup>W. Isaacson nemrég megjelent Einstein-életrajzában (Alexandra, 2009) újonnan előkerült dokumentumokat is felhasznál arra, hogy tisztázza Hilbert szerepét az általános relativitáselmélet létrejöttében.